

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ДЕРЖАВНИЙ ЗАКЛАД  
«ЛУГАНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА  
ШЕВЧЕНКА»

Навчально-науковий інститут математики та інформаційних технологій

Кафедра математики та інформатики

**Безсмертна Марина Юріївна**

**ОСНОВНІ ПРИЙОМИ І МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З  
ПАРАМЕТРАМИ**

**кваліфікаційна робота**

**здобувача вищої освіти другого (магістерського) рівня**

**освітньої програми «Математика»**

**за спеціальністю 014.04 Середня освіта (Математика)**

Особистий підпис \_\_\_\_\_ Марина Безсмертна

Науковий керівник \_\_\_\_\_ Валерій ХМЕЛЬ,  
кандидат педагогічних наук,  
доцент кафедри математики та  
інформатики

В.о. завідувача кафедри \_\_\_\_\_ Юрій КОЗУБ,  
доктор технічних наук, професор  
кафедри математики  
та інформатики

Полтава – 2024

## ЗМІСТ

<b>ВСТУП.....</b>	<b>3</b>
<b>РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПРОБЛЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ.....</b>	<b>6</b>
1.1. Знайомство з параметрами. Основні теоретичні поняття, що стосуються задач з параметрами.....	6
1.2. Основні методи розв’язування задач з параметрами.....	9
1.3. Ознайомлення з літературою. Порівняння методів розв’язування задач з параметрами.....	14
1.4. Формуючий експеримент серед учнів 5-7 класів.....	18
<b>РОЗДІЛ 2. ЗАСТОСУВАННЯ ОСНОВНИХ ПРИЙОМІВ І МЕТОДІВ РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ПАРАМЕТРАМИ СЕРЕД УЧНІВ НА ПРАКТИЦІ .....</b>	<b>31</b>
2.1. Розробка уроку для 5-го класу по програмі НУШ .....	31
2.2. Розробка уроку для 6-го класу по програмі НУШ. ....	34
2.3. Розробка уроку для 7-го класу по програмі НУШ .....	37
<b>ВИСНОВКИ .....</b>	<b>47</b>
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....</b>	<b>49</b>

## ВСТУП

Завдання, що містять параметри, є важливими для розвитку інтелектуальних навичок, логічного мислення та математичної культури. Вирішення таких завдань може бути викликом через їх складність. Кожне завдання з параметром передбачає вирішення різних математичних задач, таких як рівняння та нерівності.

При роботі з параметрами важливо розглядати їх як числа, а також як невідомі, чію поведінку потрібно передбачити для знаходження розв'язку задачі. Наприклад, при обчисленні кореня з парного степеня або діленні на вираз із параметром, потрібно проводити додаткові розрахунки, які вплинуть на кінцеву відповідь.

Вивчення параметрів у шкільному курсі математики починається у 5 класі під час розв'язування лінійних рівнянь. У 5-7 класах, розв'язуючи задачі з параметрами, учні поступово досліджують цю тему, але обсяг вивчення зазвичай обмежується. Часто вчителям бракує часу, щоб охопити всі аспекти роботи з параметрами та сформулювати необхідні навички для їх вирішення.

У 5-7 класах можна зустріти завдання з параметрами значно рідше, наприклад, у видах рівнянь та нерівностей або при розрахунку площі геометричних фігур. Це призводить до того, що випускники, обираючи математику під час складання ЗНО, можуть стикнутися з труднощами при розв'язуванні задач з параметрами.

Початок вирішення задачі з параметром передбачає спрощення рівняння: розкладання на множники, визначення області визначення, оптимізацію виразу. Потім кожен з окремих задач слід розв'язати і дослідити відповідно до значення параметра.

**Актуальність теми** полягає у підвищенні якості математичної освіти учнів, розвитку їхніх аналітичних та логічних навичок, а також забезпеченні відповідності освітньому стандарту.

**Мета роботи:** Дослідити та систематизувати основні прийоми і методи розв'язування задач з параметрами в середній школі на прикладі учнів 5-6 класів за новою українською шкільною програмою "Нова українська школа" (НУШ).

**Завдання роботи:**

1. Аналіз програми НУШ: Вивчити структуру та зміст української шкільної програми для 5-6 класів, зокрема розділи, присвячені розв'язуванню задач з параметрами.

2. Вивчення методів навчання: Дослідити підходи до викладання математики в середній школі, що визначені програмою НУШ, зокрема засоби введення та розв'язування задач з параметрами.

3. Практичний аспект: Виробити практичні навички викладання та вивчення задач з параметрами учнями 5-6 класів, враховуючи педагогічні принципи нової програми.

4. Розробка навчальних матеріалів: Створити методичні рекомендації для вчителів та навчальні матеріали для учнів, спрямовані на ефективне вивчення та розв'язування задач з параметрами.

**Об'єкт дослідження** включає в себе навчальний процес, пов'язаний із вивченням та розв'язанням математичних задач з параметрами. У цьому контексті об'єктом є спосіб підготовки та навчання учнів у використанні параметрів при розв'язанні задач.

Дослідження об'єкта передбачає вивчення таких аспектів:

1. Методичні підходи до навчання: Розглядання різних методик та стратегій, які використовуються вчителями при вивченні учнями розв'язання задач з параметрами.

2. Відповідність стандартам: Аналіз того, наскільки програма НУШ відповідає сучасним стандартам викладання математики, зокрема в частині розв'язання задач з параметрами.

3. Педагогічні підходи до учнів: Вивчення методів сприяння активності та інтересу учнів до розв'язання задач, що містять параметри, зокрема у зв'язку із впровадженням нових підходів НУШ.

4. Ефективність засобів навчання: Дослідження того, наскільки успішно використовуються різні навчальні ресурси та технології для навчання розв'язання задач з параметрами.

Об'єкт дослідження спрямований на покращення якості викладання та засвоєння учнями математичних концепцій, пов'язаних з розв'язанням задач, що містять параметри.

***Предметна область:***

Робота фокусується на вивченні та покращенні методів навчання розв'язування задач з параметрами в математичному курсі для учнів 5-6 класів відповідно до програми Нової української школи.

## РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПРОБЛЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ

### 1.1. Знайомство з параметрами. Основні теоретичні поняття, що стосуються задач з параметрами

У сучасному світі, на фоні стрімкого технологічного розвитку, система освіти переживає глибоку переосмислення своїх завдань та цілей. Вона намагається адаптуватися до нових викликів шляхом впровадження різних реформ та інноваційних методів роботи зі здобувачами освіти. Ця трансформація обумовлена переродженням суспільства в інформаційно-технологічне русло.

Математика завжди вважалася невід'ємною складовою освіти у всьому світі. Вивчення математики сприяє розвитку логічного мислення, вмінню створювати алгоритми дій, а також креативному підходу до розв'язання завдань і задач. Це допомагає людям не лише ефективно вирішувати конкретні математичні завдання, а й застосовувати ці вміння у реальному житті для вирішення різних життєвих проблем.

Звісно, існує спокуса навчати учнів стереотипному розв'язанню математичних задач за визначеними алгоритмами. Це передбачає надання зразків розв'язання, використання конкретних формул і теорем. Однак такий підхід може обмежувати творчість та креативність здобувачів освіти. Виконання таких завдань зазвичай ґрунтується на знанні вивчених формул та методів, залишаючи осторонь інші можливі підходи до розв'язання проблеми.

Отже, важливо зберігати баланс між стандартизованим викладанням математики та сприяти розвитку творчого мислення здобувачів освіти, щоб вони могли впевнено використовувати свої математичні знання в різних життєвих ситуаціях.

На мою думку, головною метою вчителя математики сучасної школи є - навчити учнів навикам та вмінням творчо й нестандартно підходити до

розв'язання математичних завдань. Одним з інструментів, що сприяє розвитку дослідницьких здібностей, є розв'язування алгебраїчних задач з параметрами. Цей процес допомагає учням не лише використовувати наявні знання, але й систематизувати їх та застосовувати в різних ситуаціях.

Саме поняття «розв'язування математичних задач з параметрами» - вимагає від здобувачів освіти уваги, обережності та ґрунтовності при виконанні різних перетворень. Наведено загальний приклад рівняння з параметрами та пояснено, що вони можуть мати не одне, а нескінченно багато рішень.

З вище сказаного випливає, що задачі з параметрами в математиці - це важлива галузь, яка вивчає, як функції та рівняння що залежать від параметрів, та можуть змінюватися. Основні теоретичні поняття, пов'язані з цією темою, включають:

Параметр - це змінна або символ, який представляє собою значення, що може змінюватися в рамках задачі. Він може позначатися літерами, такими як "a," "b," "c," і використовується для введення змінності в функції та рівняння.

Функція з параметрами - це функція, у якій одна або декілька змінних виступають як параметри. Зазвичай така функція позначається як " $f(x; a)$ ," де " $x$ " - це змінна, а " $a$ " - параметр.

Рівняння з параметрами: Рівняння, в яких змінні виступають разом з параметрами, називаються рівняннями з параметрами. Це може бути рівняння типу " $f(x; a) = 0$ ," де потрібно знайти значення " $x$ " для певного значення параметра " $a$ ."

Залежність від параметра: це теоретична концепція, що означає, що функції або рівняння можуть змінюватися відповідно до змінних параметрів. Наприклад, графік функції може змінювати свою форму або положення при зміні параметрів.

Діапазон параметра: Діапазон, у якому може знаходитися параметр, визначається в контексті конкретної задачі. Він може бути обмеженим або необмеженим і впливає на діапазон можливих розв'язків.

Застосування в оптимізації: Задачі оптимізації з параметрами дозволяють знаходити оптимальні значення параметрів для досягнення мінімального або максимального результату функції. Це важливо в багатьох галузях, включаючи економіку, інженерію та природничі науки.

Аналітичні та чисельні методи: для вирішення задач з параметрами використовуються аналітичні та чисельні методи. Аналітичні методи базуються на алгебраїчних та геометричних властивостях функцій, тоді як чисельні методи використовують обчислювальні методи для знаходження наближених розв'язків.

Задачі з параметрами можуть включати в себе оптимізацію витрат виробництва, аналіз зміни температури відносно параметрів, моделювання росту популяції залежно від параметрів середовища тощо.

Наприклад у фізиці параметри використовуються для моделювання різних фізичних явищ, таких як рух тіл, розподіл енергії, властивості речовин тощо.

Задачі з параметрами допомагають вивчати імовірні варіанти розв'язків, враховуючи змінні параметри, що робить їх важливими в багатьох галузях науки і інженерії.

У функціях з параметрами, параметр може визначати характеристики функції, такі як її форма, асимптоти, точки перегину, область визначення тощо. Зміна параметрів може призводити до різних типів поведінки функцій.

У деяких задачах функції можуть залежати від кількох параметрів одночасно. Це робить аналіз таких функцій більш складним, але важливим для моделювання складних явищ.

Багато задач з параметрами можуть бути сформульовані як диференціальні рівняння з параметрами. Розв'язки таких рівнянь допомагають вивчати поведінку систем в залежності від параметрів.

Інтерпретація параметрів - у багатьох задачах параметри можуть мати конкретні фізичні або геометричні значення. Наприклад, у рухових задачах параметр може представляти початкову швидкість або прискорення.



Економічні та інженерні застосування: Задачі з параметрами часто зустрічаються в економіці та інженерії. Наприклад, вони можуть використовуватися для оптимізації виробництва, планування ресурсів або проектування інженерних систем.

Чисельні методи розв'язання: Для задач з параметрами часто використовують чисельні методи, такі як метод Ньютона, метод послідовних наближень, метод Монте-Карло тощо. Ці методи дозволяють знайти наближені значення параметрів та розв'язки функцій.

Застосування в наукових дослідженнях: в біології, фізиці, екології та інших наукових галузях задачі з параметрами використовуються для моделювання складних процесів і аналізу експериментальних даних.

Приклади задач: задачі з параметрами можуть включати в себе визначення максимальної висоти польоту ракети в залежності від параметрів запуску, моделювання розподілу популяції тварин у різних середовищах, аналіз впливу різних факторів на рівень споживання електроенергії тощо.

Задачі з параметрами є потужним інструментом для аналізу та моделювання різноманітних явищ у математиці та природничих науках. Вони дозволяють досліджувати, як зміна параметрів впливає на результати та явища в різних галузях знань.

## **1.2. Основні методи розв'язування задач з параметрами**

Розглянемо аналітичний спосіб вирішення задач з параметрами, цей спосіб так званого прямого рішення, що повторює стандартні процедури знаходження відповіді в задачах без параметра. Іноді кажуть, що це спосіб силового, в хорошому сенсі «нахабного» рішення.

На нашу думку, «аналітичний спосіб» вирішення завдань з параметром є найважчий спосіб, що вимагає високої грамотності і найбільших зусиль по оволодінню ним.

Для навчання аналітичному способу вирішення задач з параметрами учням 5-7 класів в рамках програми Нової української школи (НУШ), важливо застосовувати педагогічні методи, які сприяють зрозумінню та розвитку аналітичних навичок.

Ось декілька підходів до предоставлення цієї інформації доступно:

1. Використання конкретних прикладів:

- Бажано почати з конкретних прикладів задач з параметрами, які можуть бути близькі до учнівського життя або інтересів. Наприклад, розгляньте ситуації, пов'язані зі шкільними заходами, спортивними змаганнями, фінансами тощо.

2. Поетапний аналіз:

- Також важливим елементом правильності поданням інформації що до розв'язання даного виду задач є поділення процесу вивчення на кілька кроків. Наприклад, перший крок - прочитати задачу, другий - ідентифікувати параметри, третій - побудувати математичну модель, четвертий - вирішити задачу та так далі.

3. Використання візуалізації:

- Використовуйте схеми, графіки, діаграми та таблиці для візуалізації інформації в задачах. Наприклад, для задач про фінанси, покажіть, як можна створити таблицю з доходами і витратами.

4. Використання крок за кроком прикладів:

- Бажаним підходом для вивчення являються уроки на прикладах, де вчитель крок за кроком розв'язує задачу разом зі здобувачами освіти. Це допоможе їм зрозуміти процес аналізу і вирішення задачі.

5. Задавання запитань:

- Заохочення здобувачів освіти та ставлення цікавих запитань під час аналізу задачі, це сприяє розвитку критичного мислення і допомагає виявити незрозумілі аспекти.

#### 6. Порівняння різних методів:

- Порівнюйте різні методи аналізу та вирішення задач. Бажано застосовувати метод демонстрації, як можна використовувати різні підходи для досягнення одного результату.

#### 7. Практика та завдання:

- Забезпечуйте учнів вправами та завданнями, щоб вони могли вдосконалювати свої навички аналізу і вирішення задач. Поступово підвищуйте рівень складності завдань.

Викладач математики в 5-7 класах забезпечує здобувачів освіти вправами та завданнями, спрямованими на розвиток їхніх навичок аналізу та вирішення задач. Поступове підвищення рівня складності завдань є ключем до розвитку аналітичного мислення.

Починаючи з більш простих завдань, це допомагає здобувачам освіти розібратися в базових концепціях та методах аналізу. З часом, коли вони набувають більшої впевненості, вчитель представляє їм більш складні завдання, що вимагають глибшого аналізу та більш складних розрахунків.

Викладач також надає можливість здобувачам освіти вирішувати завдання в групах, спільно обговорювати рішення та надавати одне одному конструктивний фідбек. Це сприяє розвитку співпраці та взаємопідтримки серед дітей.

Крім того, бажано заохочувати здобувачів освіти створювати свої власні задачі та пропонувати їм вирішувати проблеми, які вони можуть зустріти в реальному житті. Це допомагає їм бачити, як аналітичні навички можуть бути корисними в практичних ситуаціях.

Завдяки цьому підходу, здобувачі освіти отримують можливість постійно покращувати свої навички аналізу та вирішення задач і готуються до більш складних викликів у майбутньому.

#### 8. Пошук реальних застосувань:

- При поясненні, як навички аналізу та вирішення задач з параметрами можуть бути корисними у реальному житті, наприклад, в професійних областях або під час розв'язання повсякденних завдань.

Отже, загальна ідея полягає в тому, щоб подати освітній матеріал доступним та зрозумілим для здобувачів освіти методом, заохочувати їх активно діяти та розвивати навички аналітичного мислення через практику та обговорення.

Розглядаючи «графічний спосіб» вирішення задач з параметрами, та залежно від задачі (зі змінною  $x$  і параметром  $a$ ) розглядаються графіки або в координатній площині  $(x; y)$ , або в координатній площині  $(x; a)$ .

Виняткова наочність та краса графічного способу вирішення завдань з параметром настільки захоплює учнів до вивчення, що вони починають ігнорувати інші способи вирішення, забуваючи загальновідомий факт: для будь-якого класу завдань їх автори можуть сформулювати таку, яка блискуче вирішується даними способом і з колосальними труднощами іншими способами. Тому на початковій стадії вивчення небезпечно починати з графічних прийомів вирішення завдань з параметром.

Графічний спосіб вирішення задач з параметрами може бути дуже корисним для учнів 5-7 класів за програмою Нової української школи (НУШ). Цей підхід допомагає візуалізувати та зрозуміти складні концепції та зв'язки між різними параметрами.

Для представлення інформації здобувачам освіти та допомоги в вивченні даної теми вчитель може використовувати наступні методи:

1. Пояснення базових понять: вчитель починає з пояснення основних термінів і понять, пов'язаних з графічним вирішенням задач з параметрами. Наприклад, вони роз'яснюють, що таке графік, вісь абсцис (вісь  $x$ ), вісь ординат (вісь  $y$ ) та інші ключові терміни.

2. Побудова графіків: вчитель проводить демонстрацію побудови графіків простих функцій з використанням координатної площини. Вони пояснюють, як визначити точки на графіку для різних значень параметрів.

3. Застосування до задач: вчитель показує, як застосовувати графічний метод для вирішення конкретних задач з параметрами. Наприклад, як знайти точку перетину двох графіків або як змінювати параметри, щоб дослідити різні сценарії.

4. Вправи та завдання: вчитель надає учням вправи та завдання, які допомагають їм самостійно практикувати графічний спосіб вирішення задач. Поступово підвищуючи складність завдань, вони дозволяють учням розвивати навички.

5. Діаграми та візуалізація: вчитель використовує діаграми, схеми та ілюстрації для кращого визначення концепцій та відношень між параметрами.

6. Дискусії та питання: вчитель стимулює дискусії та задає запитання, які сприяють розумінню графічного методу та його застосування. Вони заохочують учнів активно думати та аналізувати.

7. Практичні застосування: за бажанням, вчитель показує приклади практичного використання графічного методу в різних областях, таких як економіка, фізика, інженерія тощо.

8. Формулювання власних графіків: заохочуйте учнів розробляти свої власні задачі та побудову графіків для них. Це допомагає закріпити їхнє розуміння концепцій.

Графічний спосіб вирішення задач - це потужний та візуально зрозумілий метод, який може стати доступним для здобувачів освіти через систематичний підхід викладача та практику.

### **1.3. Ознайомлення з літературою. Порівняння методів розв'язування задач з параметрами**

У глибокій давнині люди вирішували прості практичні задачі, що допомагали їм формувати перші математичні уявлення та поняття. Стародавні математичні тексти, зокрема Староєгипетський папірус Райнда (близько XX ст. до н.е.), містять групу задач на "аха" (що перекладається як "купа"). У цих задачах "аха" позначало кількість, яку потрібно було визначити. З сучасної точки зору, ці задачі можна розглядати як задачі на складання лінійних рівнянь відносно однієї змінної, такого виду:  $x + ax + vx + cx + \dots = p$ , де

$$x = \frac{p}{1 + a + v + c + \dots}$$

де  $x$  - невідома. Це визначає початок історії алгебри як науки про розв'язування рівнянь, оскільки ці задачі вирішувалися вперше за допомогою абстрактних методів.

Вавілонські задачі з квадратних рівнянь у XVIII ст. до н.е. представляють собою перші витoki справжньої математичної теорії, що розвивалася з практичних потреб. Тогочасні математики ще не використовували букви чи символи, але сформулювали правила, які дозволяли знаходити розв'язки рівнянь словесно.

Початок історії математики, як науки про розв'язування рівнянь, відзначається в ранніх математичних текстах, де вперше ми знаходимо абстрактні задачі, розв'язані за допомогою одного методу. У XVIII ст. до н.е.

вавілонські задачі на квадратні рівняння стали першим етапом розвитку справжньої математичної теорії, виходячи із практичних потреб.

Тодішні математики, хоча не використовували букви та символи, сформулювали правила словами для знаходження чисел, що нині називають коренем рівняння. Грецький математик Діофант теж вирішував багато рівнянь, вже використовуючи букви для позначення невідомих, але справжній розвиток методу рівнянь належить арабським вченим.

Абу Абдалла Мухаммед Ібн Муса Ал-Маджусі, відомий як Аль-Хорезмі, створив першу книгу про розв'язування рівнянь арабською мовою. Удосконалення технік розв'язування рівнянь було сприяно не лише самим розвитком математики, але й потребами практики у сферах, таких як мореплавство, землемірство, астрономія, інженерія, включаючи військову справу. Проте розвиток загальної теорії алгебраїчних рівнянь та їх розв'язування зіткнувся з значними труднощами.

Тільки наприкінці XV століття відбувається стрімкий перехід від словесної алгебри до символічної. Франсуа Вієт, видатний французький математик, має великий внесок у створення системи алгебраїчних символів та подальше вдосконалення теорії алгебраїчних рівнянь.

Пізніше Рене Декарт вводить позначення буквами  $a$ ,  $b$ ,  $c$  для відомих величин та  $x$ ,  $y$ ,  $z$  для невідомих. Термін "тригонометричні функції" виникає наприкінці XVIII століття, але саме поняття відоме із раніше за іншими назвами. Гіппарх, астроном та математик стародавньої Греції, вже у II столітті до нашої ери склав таблиці, використовуючи які визначив відстань від Землі до Місяця та вирішив інші подібні завдання. Тригонометрію розвивали такі вчені, як Менелай (I ст.), Птоломей (II ст.), Аріабхата (IV ст.) та інші.

Один з кроків у розвитку теорії рівнянь у сучасному світлі стався завдяки дослідженням Л. Ейлера, який в значній мірі визначив сучасний погляд на розв'язування тригонометричних рівнянь.

До початку XVII століття в математиці уникали використання дробових та від'ємних показників степенів. Тільки наприкінці XVII століття, враховуючи ускладнення математичних задач, виникла необхідність розширення області визначення показника ступеня на всі дійсні числа. Тоді почали вивчати показникову функцію  $y = e^x$ . Іранський математик ал-Караджі (XI ст.) розглядав тричленні рівняння, квадратні відносно деякого ступеня невідомого.

Виникненню логарифмів сприяла необхідність удосконалення обчислень. Різні методи розв'язування логарифмічних рівнянь зустрічаються в працях математиків, таких як Д. Непер, Й. Бюргі, М. Штіфель, Г. Брігс та інші.

Сучасний вигляд вчення про розв'язування тригонометричних рівнянь набув у працях Л. Ейлера.

Формування особистості є актуальною метою освіти загалом й математичної освіти зокрема. Тому велика увага приділяється питанням, пов'язаним із застосуванням особистісно орієнтованого підходу до викладання математики в середній і вищій школах, як це відзначив доктор педагогічних наук та професор З. І. Слєпкань. У його дослідницьких роботах є глибокий аналіз цієї проблеми та вказані шляхи її вирішення. Важливим твердженням в науково-методичній спадщині З. І. Слєпкань є те, що формування та розвиток особистості учня можливі лише за умови наявності вчителя із високим інтелектом, професійною компетентністю та моральними цінностями. Отже, процес вивчення будь-якої дисципліни, особливо у випадку майбутніх педагогів, має бути спрямованим на формування вказаних рис та якостей.

Головна мета вивчення математики в шкільному курсі, включаючи розв'язування задач з параметрами, полягає в розвитку критичного мислення, логічних навичок та здатності до абстрактного мислення учнів. Математика в школі не обмежується лише навчанням конкретних формул і алгоритмів, але має глибший зміст.



Задля глибшого розуміння основних прийомів та методів розв'язування задач з параметрами нами було розглянуто роботи, що присвячені задачам з параметрами, ініціаторами яких були такі вчені, як М. І. Башмаков, В. В. Вавілов, В. І. Голубєв, О. М. Гольдман, Г. В. Дорофєєв, М. Я. Ігнатенко, К. С. Кочарова, О. А. Корміхін, В. М. Лейфур, В. К. Марков, С. І. Мещерякова, А. Г. Мордкович, С. І. Новосєлов, Г. Ф. Олійник, Н. О. Тарасєнкова, С. А. Тинянкін, І. І. Чучаєв, І. Ф. Шаригін, С. А. Ястребинецький та інші.

В їх роботах досліджено різноманітні класи задач з параметрами та розроблені методи їх розв'язування. Однак існують аспекти, які лишаються менш дослідженими, такі як розгляд задач з параметрами як моделей реальних процесів, використання міжпредметних зв'язків при їх розв'язуванні, розв'язування задач з параметрами як засобу узагальнення, застосування евристичних та дослідницьких методів при їх вирішенні, а також аналіз діалектики розгляду задач з параметрами, включаючи виникнення суперечностей та модифікацію завдань для їх розв'язання, і, крім того, вирішення задач з параметрами в стохастичі.

При розв'язуванні завдань з параметрами зустрічаються завдання, які можна розділити на наступні типи: розв'язування рівнянь або нерівностей і їх систем для всіх можливих значень параметра; завдання, в яких потрібно знайти лише ті розв'язки, які задовольняють певним умовам, і третій тип завдань, які передбачають визначення кількості коренів рівняння в залежності від значень параметра.

На даному етапі доречно розглянути навчальні програми з вивчення задач з параметрами. Навчальна програма, для поглибленого вивчення математики в 6-7 класах, загальноосвітніх навчальних закладів, дану програму підготували: М.І.Бурда, М.Ф.Городній, Д.А.Номіровський, А.В.Паньков, Н.А.Тарасєнкова, М.В.Чемерис, В.О.Швець, М.С.Якір. в Темі 2. Квадратична функція вивчаються

- Задачі та Графічні прийоми, дана програма містить висвітлення теми, та надає гарне бачення розв'язування задач з параметрами.

В Модельній навчальній програмі «Алгебра. 7 класи» для закладів загальної середньої освіти (автор Істер О. С.) «Рекомендовано Міністерством освіти і науки України» (наказ Міністерства освіти і науки України від 24.07.2023 № 883), розглянуто Тему 3. Квадратні рівняння, а також Тему 4. Системи лінійних рівнянь з двома змінними. Дана навчальна програма включає в себе засвоєння математичних знань, навичок у розв'язуванні математичних та практичних задач, розвиток логічного мислення і інших психічних властивостей. Важливо також розуміти, як математика може бути застосована в особистому та суспільному житті.

Модельна навчальна програма «Алгебра. 7–9 класи», для закладів загальної середньої освіти - автори Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Пихтар М. П., Рубльов Б. В., Семенов В. В., Якір М. С., «Рекомендовано Міністерством освіти і науки України» , наказ Міністерства освіти і науки України від 12.07.2021 № 795, у редакції наказу Міністерства освіти і науки України від 09.02.2022 № 143. Метою даної навчальної програми є розвиток особистості учня через формування математичної компетентності, яка має важливе значення для подальшої освітньої та професійної діяльності на протязі всього життя, за допомогою вивчення задач з параметрами різними методами.

#### **1.4. Формуючий експеримент серед учнів 5-7 класів.**

Рівняння з параметрами регулярно зустрічаються у завданнях зовнішнього незалежного оцінювання з математики. Однак, оскільки шкільна програма не передбачає систематичного навчання учнів розв'язуванню таких рівнянь, вчителям необхідно послідовно вводити ці завдання.

Вміння розв'язувати задачі з параметрами дозволяє оцінити рівень засвоєння учнями основних розділів шкільної математики та розвиток їхнього математичного та логічного мислення.

У більшості учнів виникають вагання та труднощі при розв'язуванні рівнянь та систем рівнянь з параметрами, що часто стає важливим аспектом при здачі іспитів для вступу в вищі навчальні заклади. Мета урока з математики на тему "Рівняння та системи рівнянь з параметрами" полягає в ознайомленні з основними методами та підходами до розв'язування рівнянь, а також у розвитку математичної культури та логічного, абстрактного, аналітичного та графічного мислення учнів в межах шкільного курсу математики.

Успішне розв'язування рівнянь з параметрами передбачає наявність у школярів дослідницьких навичок, які важливо розвивати протягом усього навчання. Труднощі виникають внаслідок класифікації задач за значеннями параметра. Важливо, щоб учні могли виділяти значення параметра, при яких відбуваються якісні зміни у рівнянні.

Ефективне вивчення та розв'язування задач з параметрами потрібно побудувати так, щоб учні розуміли логіку цього процесу та могли самостійно опановувати навички розв'язування рівнянь та систем рівнянь з параметрами. Важливим етапом є введення учнів у тему, аналіз історії розвитку рівнянь, пояснення понять "параметр" та "розв'язання рівняння з параметром". Далі вивчаються алгоритми розв'язування рівнянь та систем рівнянь з параметрами, і приклади впорядковані від простого до складного для легкого засвоєння матеріалу.

Починати знайомство з параметрами рекомендується з 5-го або 6-го класу. Під час першого ознайомлення важливо пояснити уважне та дбайливе ставлення до фіксованого, але невідомого числа. Тому перше знайомство слід розпочати з завдань, де заміна параметра числом робить завдання простим. Цей підхід можна реалізувати вже з 5 класу.

Рівняння з параметром, по суті, представляють собою короткий запис сімейства рівнянь. Кожне рівняння з цього сімейства виникає з вихідного при різних конкретних значеннях параметра "а".

Отже в ході уроку для 5-го класу, було пояснення поняття лінійного рівняння та властивостей параметрів. Порівняння звичайних та лінійних рівнянь.

"Було розглянуто лінійні рівняння, в яких з'являється параметр. Дізналися, як вирішувати такі рівняння та як вони впливають на наші розрахунки."

Розгляд розв'язання лінійного рівняння з параметрами:

1. Обговорено основних етапів розв'язання лінійного рівняння з параметром.
2. Виведення загальної формули для знаходження розв'язків.
3. Пояснення впливу параметрів на розв'язки та їх зміну.

Розглянуто вирішення лінійних рівнянь, рівняння виду  $ax + b = 0$ , де  $a$  і  $b$  – вирази, що залежать тільки від параметрів,  $x$  – змінна, називається *лінійним рівнянням відносно  $x$  з параметрами*.

Воно зводиться до виду  $ax = -b$

Було запропоновано дослідити даний вид рівняння.

Якщо  $a \neq 0$ , тоді рівняння матиме єдиний корінь, а саме  $x = -\frac{b}{a}$  при

кожній системі допустимих значень параметрів.

Якщо  $a = 0$  і  $b = 0$ , то рівняння має вигляд:  $0x = 0$ , де  $x$  – виступатиме як будь-яке число.

Якщо  $a = 0$  і  $b \neq 0$ , то рівняння матиме вигляд:  $0x = -b$ , що в математиці неможливо, а отже рівняння розв'язків не може мати, див рис. 1.

$$kx=b \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} k=0, \\ 0 \times x=b, \\ k \neq 0, \\ b \\ x=\frac{b}{k} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} k=0, \\ b=0, \\ x \in \mathbb{R}, \\ k=0, \\ b \neq 0, \\ x \in \emptyset, \\ k \neq 0, \\ b \\ x=\frac{b}{k} \end{array} \right.$$

Рис. 1.1. Лінійне рівняння з параметром

Отже, завдання з параметрами в освітній програмі НУШ для учнів 5 класів було представлено для ознайомлення та засвоєння з метою розвитку математичного мислення та формування первинних та ключових навичок учнів. Цей тип завдань надав такі можливості:

- Учні вирішували рівняння з параметрами, застосовуючи послідовність математичних операцій та логічного мислення для визначення значення невідомого параметра.

- Сформували навички роботи зі змінними: під час вивчення учні освоювали основні поняття зі змінними, використовуючи їх для вирішення різних завдань.

- Поєднали теоретичні знання із практичними навичками, учні вивчали абстрактні математичні концепції, такі як рівняння, і застосовували їх у реальних ситуаціях, розуміючи важливість математики в повсякденному житті. Це сприяло

розвитку творчого мислення, завдання з параметрами викликали нестандартний підхід та вимагали творчих рішень, сприяючи розвитку творчого мислення учнів.

Вивчення математики за допомогою завдань з параметрами дало учням 5 класів можливість глибше зануритися в матеріал, розвивати навички самостійного вирішення завдань та формувати основи для подальшого вивчення більш складних математичних концепцій.

В порівнянні з 5-ми класами, в 6-му класі за програмою НУШ ми вивчимо більш складні задачі з параметрами. Це важливо з кількох причин.

По-перше, це сприяє розвитку логічного мислення учнів, вони навчаються аналізувати та розуміти вплив параметрів на вирішення завдань.

По-друге, вивчення рівнянь з параметрами є підготовкою до більш складних тем у майбутніх класах. Задачі цього типу допомагають розширити математичний досвід та навички учнів, дозволяючи їм вирішувати різноманітні завдання.

Важливою є також практична користь вивчення параметрів, яка дозволяє учням застосовувати отримані знання в реальних ситуаціях. Розвиток критичного мислення - ще один позитивний аспект вивчення задач з параметрами. У цілому, ця тема допомагає сформувати учнівські навички, які стануть основою для подальшого математичного розвитку.

На даному етапі буде представлено експеримент порівняння 5 класи вже навчила і вони вміють розв'язувати задачі з параметрами, а 6 класи треба навчити. Моя задача, як вчителя це зробити.

У програмах з математики для шкіл задачі з параметрами зазвичай займають невелике місце. Учні мають обмежений час для освоєння матеріалу на уроках, тому бажано максимально доступно представити матеріал для його кращого засвоєння. Спочатку розглядаються розділи шкільної математики, де має місце ідея параметрів. Наприклад:

1. Функція пропорційності:  $y=kx$  (де  $x$  і  $y$  - змінні,  $k$  - параметр).

Добре, розглянемо лінійне рівняння з параметром  $y = kx$ , де  $x$  і  $y$  - змінні, а  $k$  - параметр. Наша мета - знайти значення  $y$  для конкретних значень  $x$  та параметра  $k$ .

Задача: Знайти значення  $y$  при заданих  $x$  та  $k$ .

Запис рівняння: Почнемо з запису рівняння  $y = kx$ .

Підставлення конкретних значень: Тепер підставимо конкретні значення  $x$  та  $k$ , для яких хочемо знайти  $y$ . Наприклад, якщо  $x = 3$  і  $k = 2$ , отримаємо  $y = 2 * 3 = 6$ .

Аналіз результату: Отримане значення  $y$  (у нашому прикладі, 6) є розв'язком лінійного рівняння для вказаних  $x$  та  $k$ .

Графічне представлення: Якщо ми хочемо подивитися на графік цього рівняння, можемо зобразити пряму лінію з нахилом, який визначається параметром  $k$ .

Приклад:

Розглянемо рівняння  $y = 2x$  для  $x = 3$ .

Запис рівняння:  $y = 2 * 3$ .

Обчислення:  $y = 6$ .

Отже, при  $x = 3$  та  $k = 2$ , значення  $y$  дорівнює 6. Це можна інтерпретувати так: якщо  $x$  збільшити у 3 рази, то  $y$  збільшиться у 6 разів.

Лінійна функція:  $y = kx + b$  (де  $x$  і  $y$  - змінні,  $k$  і  $b$  - параметри).

Добре, розглянемо лінійне рівняння з параметрами  $y = kx + b$ , де  $x$  і  $y$  - змінні, а  $k$  і  $b$  - параметри.

Наша мета - знайти значення  $y$  для конкретних значень  $x$ ,  $k$  та  $b$ .

Задача: Знайти значення  $y$  при заданих  $x$ ,  $k$  та  $b$ .

Запис рівняння: Почнемо з запису рівняння  $y = kx + b$ .

Підставлення конкретних значень: Підставимо конкретні значення  $x$ ,  $k$  та  $b$ , для яких хочемо знайти  $y$ . Наприклад, якщо  $x = 4$ ,  $k = 3$  і  $b = 2$ , отримаємо  $y = 3 * 4 + 2 = 14$ .

Аналіз результату: Отримане значення  $y$  (у нашому прикладі, 14) є розв'язком лінійного рівняння для вказаних  $x$ ,  $k$  та  $b$ .

Графічне представлення: Можемо використати графік, щоб зобразити пряму лінію з нахилом, визначеним параметром  $k$ , і зсувом вгору або вниз, визначеним параметром  $b$ .

Приклад:

Розглянемо рівняння  $y = 3x + 2$  для  $x = 4$ .

Запис рівняння:  $y = 3 * 4 + 2$ .

Обчислення:  $y = 14$ .

Отже, при  $x = 4$ ,  $k = 3$  і  $b = 2$ , значення  $y$  дорівнює 14. Це можна інтерпретувати так: якщо  $x$  збільшити у 4 рази, то  $y$  збільшиться у 14 разів.

Лінійне рівняння:  $ax + b = 0$  (де  $x$  - змінна,  $a$  і  $b$  - параметри).

На даному етапі розглянемо лінійне рівняння  $ax + b = 0$ , де  $x$  - змінна, а  $a$  і  $b$  - параметри. Мета - знайти значення  $x$  для вказаних  $a$  і  $b$ .

Задача: Знайти значення  $x$ , коли  $ax + b = 0$ .

Запис рівняння: Почнемо з запису лінійного рівняння  $ax + b = 0$ .

Розкладання на доданки: Розкладемо рівняння на доданки:  $ax = -b$ .

Ізоляція  $x$ : Щоб знайти  $x$ , поділимо обидві сторони на  $a$  (якщо  $a \neq 0$ ).

Отримаємо  $x = -b/a$ .

Аналіз результату: Знайдене значення  $x$  є розв'язком лінійного рівняння для вказаних параметрів  $a$  і  $b$ .

Приклад:

Розглянемо рівняння  $2x - 6 = 0$ .

Запис рівняння:  $2x - 6 = 0$ .

Розкладання на доданки:  $2x = 6$ .

Ізоляція  $x$ :  $x = 6/2 = 3$ .

Отже, розв'язком лінійного рівняння  $2x - 6 = 0$  є  $x = 3$ . Це можна інтерпретувати так: якщо подвоїти значення  $x$  та відняти 6, отримаємо 0.

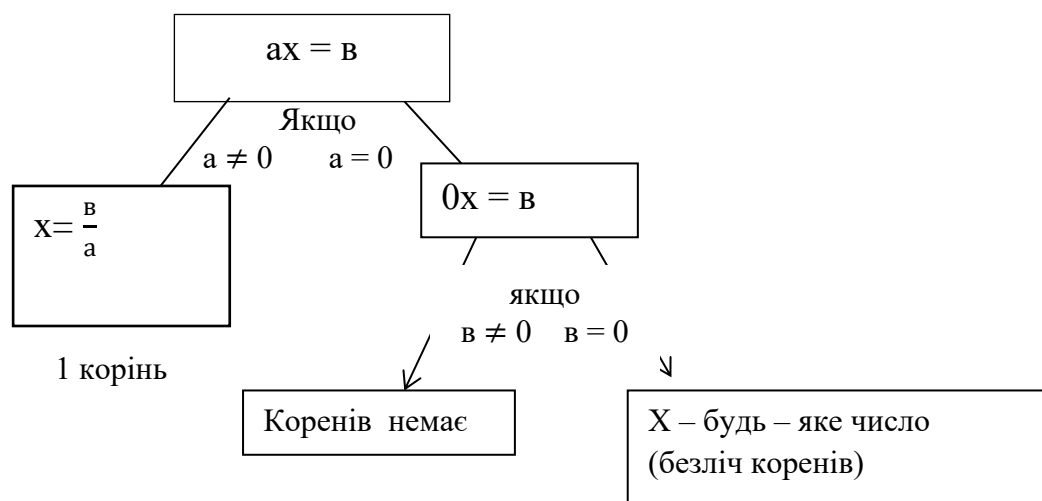


Квадратне рівняння:  $ax^2+bx+c=0$  (де  $x$  - змінна,  $a$ ,  $b$  і  $c$  - параметри).

Включно з 5-го до 7-го класу вивчаються перші три об'єкти, але третій буде предметом вивчення лише в 8 класі. Завдання з параметрами включають, наприклад, пошук розв'язків лінійних і квадратних рівнянь у загальному вигляді та дослідження кількості коренів в залежності від значень параметрів.

Основна ідея при першому знайомстві з параметром - уважне відношення до фіксованого, але невідомого числа. Розв'язати рівняння з параметром означає визначити для кожного значення параметра, чи має рівняння розв'язки і, якщо так, то знайти ці розв'язки, які, як правило, залежать від параметра.

Вивчення алгебри в 7 класі відкриває двері до розв'язання рівнянь з параметром. У цей період учні зустрічаються із "справжніми" рівняннями, де використовується параметр. Перше знайомство із змінною починається з лінійного рівняння  $ax = b$ , де учні ознайомлюються із схемою розв'язання цього типу рівнянь.



Приклад:

Розглянемо лінійне рівняння:  $(a-3) \cdot x = 5$ , де  $a$  - параметр.

Крок 1: Розкриємо дужки, помноживши  $a-3$  на  $x$ :

$$a \cdot x - 3 \cdot x = 5$$

Крок 2: Згрупуємо члени із  $x$  на одній стороні, а константи на іншій:

$$a \cdot x - 3 \cdot x = 5 \quad (a-3) \cdot x = 5$$

Крок 3: Щоб виразити  $x$ , розділимо обидві сторони на  $a-3$ :

$$x = \frac{5}{a-3}$$

Таким чином, розв'язком рівняння є  $x = \frac{5}{a-3}$ . Важливо зазначити, що якщо  $a-3=0$ , тобто  $a=3$ , то ми отримаємо ділення на нуль, що не є визначеним, і рівняння не має розв'язків.

Приклад:

Розглянемо лінійне рівняння:  $ax - 2x = 3(x+1)$ , де  $a$  - параметр.

Крок 1: Розкриємо дужки, помноживши 3 на  $x$  і 3 на 1:

$$ax - 2x = 3x + 3$$

Крок 2: Згрупуємо члени із  $x$  на одній стороні, а константи на іншій:

$$ax - 2x - 3x = 3$$

$$(a-5)x = 3$$

Крок 3: Щоб виразити  $x$ , розділимо обидві сторони на  $a-5$ :

$$x = \frac{3}{a-5}$$

Таким чином, розв'язком рівняння є  $x = \frac{3}{a-5}$

. Важливо зауважити, що якщо  $a-5=0$ , тобто  $a=5$ , то ми отримаємо ділення на нуль, що не є визначеним, і рівняння не має розв'язків.

Приклад:

Розглянемо лінійне рівняння  $\frac{x-a}{x+3} = 0$ , де  $a$  - параметр.

Крок 1: Визначимо області допустимих значень параметра. Оскільки ми маємо ділення на  $x+3$ , то  $x+3$  не може дорівнювати нулю. Таким чином, область допустимих значень параметра  $a$  - будь-яке значення, крім  $-3$ .

Крок 2: Визначимо нульовий чисельник:  $x-a=0$ .

Крок 3: Розв'яжемо отримане рівняння відносно  $x$ :

$$x=a$$

Отже, розв'язком рівняння є  $x=a$ .

Важливо зазначити, що це рівняння має розв'язки лише при  $a \neq -3$  (щоб уникнути ділення на нуль).

Приклад:

Розглянемо лінійне рівняння  $\frac{x-3}{x+a} = 0$ , де  $a$  - параметр.

Крок 1: Визначимо області допустимих значень параметра. Оскільки ми маємо ділення на  $x+a$ , то  $x+a$  не може дорівнювати нулю. Таким чином, область допустимих значень параметра  $a$  - будь-яке значення, крім 0 (щоб уникнути ділення на нуль).

Крок 2: Визначимо нульовий чисельник:  $x-3=0$ .

Крок 3: Розв'яжемо отримане рівняння відносно  $x$ :

$$x=3$$

Отже, розв'язком рівняння є  $x=3$ .

Важливо зазначити, що це рівняння має розв'язки лише при  $a \neq 0$  (щоб уникнути ділення на нуль).

Після цих рівнянь бажано розглянути більш складніші рівняння, а саме

Приклад:

$$2a(a-2)x = a-2.$$

Нехай область змінення параметра  $a \in \{-1; 0; 1; 2; 3\}$ , тоді маємо сімейство рівнянь:

$$\begin{cases} 6x = -3, \text{ якщо } a = -1; \\ 0 \cdot x = -3, \text{ якщо } a = 0; \\ -2x = -1, \text{ якщо } a = 1; \\ 0 \cdot x = 0, \text{ якщо } a = 2; \\ 6x = 1, \text{ якщо } a = 3. \end{cases}$$

Якщо  $a$  - будь-яке число, нескінченне сімейство рівнянь з параметром неможливо виписати. Однак кожне рівняння в цьому сімействі має бути вирішено. Це завдання можна виконати, якщо розбити безліч значень параметра

на підмножини за певною ознакою та вирішити рівняння для кожної підмножини. У цьому випадку для розбиття використаємо значення параметра, при яких коефіцієнт при  $x$  дорівнює 0.

Ці значення -  $a=0$  та  $a=2$ . Коли  $a=0$  або  $a=2$ , неможливо ділити обидві сторони рівняння на коефіцієнт при  $x$ . У той же час, якщо  $a \neq 0$  і  $a \neq 2$ , то ділення стає можливим.

Далі розглянемо кроки розв'язання рівняння,

якщо 1)  $a = 0$ ; 2)  $a = 2$ ; 3)  $\begin{cases} a \neq 0, \\ a \neq 2. \end{cases}$

1) Якщо  $a = 0$ , то рівняння матиме вигляд  $0 \cdot x = -2$ , дане рівняння не містить коренів.

2) Якщо  $a = -2$ , то рівняння матиме вигляд  $0 \cdot x = 0$ , коренем буде будь-яке число.

3) Якщо  $a \neq 0, a \neq 2$ , то рівняння матиме вигляд  $x = \frac{a-2}{2a(a-2)}$ , звідки  $x = \frac{1}{2a}$ .

Відповідь: якщо  $a = 0$ , то коренів немає;

якщо  $a = 2$ , то  $x$  – будь-яке число;

якщо  $\begin{cases} a \neq 0, \\ a \neq 2, \end{cases}$  то  $x = \frac{1}{2a}$ .

Далі, давайте вирішимо рівняння  $(a^2-1) \cdot x = a+1$ .

Розглянемо ліву частину рівняння:  $(a^2-1) \cdot x$ .

Спростимо вираз:  $a^2 \cdot x - x = a+1$ .

Перенесемо всі терміни на одну сторону рівняння:  $a^2 \cdot x - x - a - 1 = 0$ .

Об'єднаємо подібні члени:  $a^2 \cdot x - x - (a+1) = 0$ .

Використаємо факторизацію:  $(a+1)(a-1) \cdot x - (a+1) = 0$ .

Залишимо лише один множник:  $(a+1) \cdot (a-1) \cdot x - (a+1) = 0$ .

Виділимо спільний множник  $(a+1)$ :  $(a+1) \cdot ((a-1) \cdot x - 1) = 0$ .

Розглянемо обидві можливості:  $a+1=0$  або  $(a-1) \cdot x - 1 = 0$ .

а) Якщо  $a+1=0$ , то  $a = -1$ .

б) Якщо  $(a-1) \cdot x - 1 = 0$ , то  $(a-1) \cdot x = 1$ .

У цьому випадку розділимо обидві сторони на  $(a-1)$ :

$$x = \frac{1}{a-1}$$

Отже, рівняння має два розв'язки:  $a = -1$

або  $x = \frac{1}{a-1}$ , де  $a \neq 1$

Вирішення завдань з параметром передбачає важливий етап - формулювання відповіді. Це особливо актуально для задач, де розв'язання залежить від значень параметра. У таких випадках правильний запис відповіді - це узагальнення попередніх результатів. В останньому прикладі відповідь практично повторює хід розв'язання, проте необхідно її докладніше сформулювати.

Часто задачі з параметрами виходять за межі стандартної шкільної програми, і учні не завжди готові до їх розв'язання без попередньої підготовки. Досвід вказує, що введення вивчення параметрів доцільно проводити на ранніх етапах, а також регулярно повертатися до таких задач на протязі усього навчання.

Отже, в процесі навчання учнів 5 та 6 класів розв'язуванню задач з параметрами вдалося досягти позитивних результатів. Учні цих класів проявили глибоке розуміння концепції параметрів та вміння застосовувати їх у вирішенні математичних завдань.

У порівнянні з учнями 7 класу, де вивчення теми розпочалося, вдалося виявити різницю в рівні засвоєння матеріалу. Учні 5 та 6 класів вже мають певний досвід роботи з параметрами, що дозволяє їм впевненіше та ефективніше вирішувати задачі.

Завдяки впровадженню систематичних та інтерактивних методів навчання, вдалося розвинути творчі здібності та логічне мислення учнів. Успішне викладання теми дало можливість формування навичок самостійного розв'язання

задач з параметрами, що є важливою складовою математичної компетентності учнів.

## РОЗДІЛ 2. ЗАСТОСУВАННЯ ОСНОВНИХ ПРИЙОМІВ І МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ПАРАМЕТРАМИ СЕРЕД УЧНІВ НА ПРАКТИЦІ

### 2.1. Розробка уроку для 5-го класу по програмі НУШ

Представимо план уроку для 5-го класу.

Тема: Ознайомлення з параметрами

Основна мета: Введення учнів у поняття параметра, рівнянь з параметрами та області допустимих значень параметра.

Основні вимоги:

Учні повинні засвоїти:

- Поняття параметра як тимчасової змінної.
- Область зміни параметрів.

Хід заняття:

Отже діти, зараз спробуємо засвоїти рішення даних прикладів:

Приклад 1

Яке число потрібно підставити замість "а", щоб коренем рівняння  $(5 - a) + 12 = 22$  було число 8?

Рівняння:  $(5 - a) + 12 = 22$

Віднімаємо 12 від обох боків:  $(5 - a) = 10$

Додаємо а до обох боків:  $5 = a + 10$

Віднімаємо 10 від обох боків:  $a = -5$

Перевірка:  $(-5 + 12) = 7 = 22$  (невірно)

Приклад 2

Знайдіть значення "а", яке робить рівняння  $(3 + a) - 5 = 10$  істинним.

Рівняння:  $(3 + a) - 5 = 10$

Додаємо 5 до обох боків:  $(3 + a) = 15$

Віднімаємо 3 від обох боків:  $a=12$

Перевірка:  $(3+12)-5=15=10$  (невірно)

Приклад 3

Яке число слід підставити за "а", щоб рівняння  $(40 - a) + 15 = 50$  було вірним?

Рівняння:  $(40-a)+15=50$

Віднімаємо 15 від обох боків:  $(40-a)=35$

Віднімаємо  $40-a$  від обох боків:  $0=a-5$

Додаємо 5 до обох боків:  $5=a$

Перевірка:  $(40-5)+15=50$  (вірно)

Приклад 4

Замість якого числа "а" рівняння  $(18 + a) - 9 = 27$  матиме корінь 18?

Рівняння:  $(18+a)-9=27$

Додаємо 9 до обох боків:  $(18+a)=36$

Віднімаємо 18 від обох боків:  $a=18$

Перевірка:  $(18+18)-9=27$  (вірно)

Приклад 5.

При яких натуральних значеннях  $b$  правильна нерівність  $\frac{14}{b} > b$ , де ліва частина є неправильним дробом?

Розв'язання. Дріб  $\frac{14}{b}$  є неправильним, отже,  $b$  повинно бути менше або рівне

14. Тобто,  $14b \leq 14$ . Розглянемо кожен випадок:

1. Якщо  $b=1$ , то  $\frac{14}{1} > 1$ , нерівність вірна
2. Якщо  $b=2$ , то  $\frac{14}{2} > 2$ , тобто  $7 > 2$ , нерівність вірна
3. Якщо  $b=3$ , то  $\frac{14}{3} > 3$ , тобто  $\frac{14}{3} > 9$ , нерівність вірна
4. Якщо  $b=4$ , то  $\frac{14}{4} > 4$ , тобто  $\frac{7}{2} > 4$ , нерівність невірна
5. Якщо  $b=5$ , то  $\frac{14}{5} > 5$ , тобто  $\frac{14}{5} > \frac{25}{5}$ , нерівність невірна



6. Якщо  $b=6$ , то  $\frac{14}{6} > 6$ , тобто  $\frac{7}{3} > 6$ , нерівність невірна
7. Якщо  $b=7$ , то  $\frac{14}{7} > 7$ , тобто  $2 > 7$ , нерівність невірна
8. Якщо  $b=8$ , то  $\frac{14}{8} > 8$ , тобто  $\frac{7}{4} > 8$ , нерівність невірна
9. Якщо  $b=9$ , то  $\frac{14}{9} > 9$ , тобто  $\frac{14}{9} > \frac{27}{9}$ , нерівність невірна
10. Якщо  $b=10$ , то  $\frac{14}{10} > 10$ , тобто  $\frac{7}{5} > 10$ , нерівність невірна
11. Якщо  $b=11$ , то  $\frac{14}{11} > 11$ , тобто  $\frac{14}{11} > \frac{33}{11}$ , нерівність невірна
12. Якщо  $b=12$ , то  $\frac{14}{12} > 12$ , тобто  $\frac{7}{6} > 12$ , нерівність невірна
13. Якщо  $b=13$ , то  $\frac{14}{13} > 13$ , тобто  $\frac{14}{13} > \frac{39}{13}$ , нерівність невірна
14. Якщо  $b=14$ , то  $\frac{14}{14} > 14$ , тобто  $1 > 14$ , нерівність невірна

Відповідь:  $b=1,2,3$

#### Висновок:

На сьогоднішньому уроці ми розпочали вивчення захоплюючого і важливого математичного концепту - розв'язання задач з параметрами. Параметри додають урокам математики новий рівень складності та цікавості, дозволяючи нам досліджувати як зміни в числах впливають на рішення задач.

Ми розглянули приклади, де важливою була здатність працювати з алгебраїчними виразами та вирішувати лінійні рівняння. Вивчаючи ці концепції, ми розвиваємо наш аналітичний та логічний мислення, а також навички вирішення проблем.

Важливо пам'ятати, що кожна задача приховує свою унікальну логіку та може вимагати індивідуального підходу. Завдяки вивченню задач з параметрами, ми розвиваємо не лише математичні навички, але й уміння застосовувати їх в реальних ситуаціях.

Нехай цей урок стане тільки початком нашого захоплюючого подорожування світом математики, де завдання з параметрами стануть нашими надзвичайними супутниками.

## 2.2. Розробка уроку для 6-го класу по програмі НУШ.

Представимо план уроку для 6-го класу.

Тема уроку: "Вивчення лінійних рівнянь з параметрами"

Мета уроку:

- Ознайомити учнів з поняттям лінійного рівняння з параметрами та його властивостями.
- Навчити учнів вирішувати лінійні рівняння з параметрами за допомогою систематичного підходу.
- Закріпити навички розв'язування подібних рівнянь та обчислення значень параметрів.
- Розвивати логічне мислення та навички алгоритмічного вирішення задач.

### Хід уроку

На прикладах розглянемо як розв'язуються лінійні рівняння з параметрами.

#### Приклад 1

Для розв'язання рівняння  $ax=1$ , де  $a$  - параметр, треба враховувати випадок, коли  $a$  дорівнює нулю.

Рівняння може бути вирішене так:

Якщо  $a \neq 0$ , тоді розв'язок  $x = \frac{1}{a}$

Якщо  $a=0$ , тоді рівняння не має розв'язку.

Отже, відповідь: якщо  $a \neq 0$  то  $x = \frac{1}{a}$

якщо  $a=0$ , то рішення немає.

### Приклад 2

Давайте розглянемо порівняння  $c$  і  $3c$  для різних значень  $c$ :

Якщо  $c < 0$ , то дійсно  $c > 3c$ , оскільки множення на від'ємне число змінює напрямок нерівності.

Якщо  $c > 0$ , то також вірно, оскільки  $c$  менше за  $3c$ .

Якщо  $c=0$ , то обидві сторони рівності рівні нулю, тобто  $c=3c$ .

Отже, враховуючи різні випадки, можемо сказати:

Якщо  $c < 0$ , то  $c > 3c$ .

Якщо  $c > 0$ , то  $c < 3c$ .

Якщо  $c=0$ , то  $c=3c$ .

Це призводить до висновку, що дана нерівність справедлива для усіх значень  $c$ .

### Приклад 3.

Далі звернемо увагу на лінійне рівняння, та навчимося його розв'язувати,  
Давайте розв'яжемо рівняння  $5x - 3a = ax + 7$

Де:  $x$  – невідоме,

$a$ - параметр.

Розкриємо дужки на правій стороні рівняння, помітимо подібні терміни та згрупуємо  $x$ :

$$5x - 3a = ax + 7$$

$$5x - ax = 3a + 7$$

$$(5 - a)x = 3a + 7$$

$$x = \frac{3a + 7}{5 - a}$$

Якщо,  $a=5$ , тоді  $=>\emptyset$

Якщо,  $a \neq 5$ , тоді  $x = \frac{3a + 7}{5 - a}$

Це є розв'язком рівняння.

### Приклад 4.

Розглянемо лінійне рівняння з двома параметрами  $4 - 3x + 2a = 6 - bx$

Де:  $x$ - невідоме,

$a, b$  – параметри.

$$-3x + bx = 6 - 4 - 2a$$

$$x = (b-3) = 2-2a \quad - \text{Якщо } x \cdot 0 = 0$$

$$x = \frac{2-2a}{b-3}$$

Якщо  $b=3, a=1 \Rightarrow$  безліч коренів

$$b=3, a \neq 1 \Rightarrow \emptyset$$

$$b \neq 3, \quad x = \frac{2-2a}{b-3}$$

$$7(2x-a) = 2ax - 13 + 8x$$

$$3(2-ax) = a(5+x)$$

Домашнє завдання:

1. Задача: Розгадайте таємницю числа.

Випадкове число помножте на невідомий параметр  $a$ , а потім додайте 5.

Якщо результат дорівнює 20, знайдіть значення параметра  $a$ .

$$\text{Математичне рівняння: } ax + 5 = 20$$

2. Задача: Паралельні відрізки.

Два відрізки задані рівняннями  $y=ax$  та  $y=bx$ , де  $a$  та  $b$  - параметри.

Знайдіть значення параметрів, при яких відрізки паралельні.

$$\text{Математичне рівняння: } a=b$$

Підведемо підсумок уроку та наголосимо на важливості вивчення лінійних рівнянь з параметрами для подальших вивчень.

Таким чином, наш урок спрямований на систематичне вивчення лінійних рівнянь з параметрами та надає учням можливість практичного застосування отриманих навичок.

У ході уроку ми успішно ознайомились з концепцією лінійних рівнянь з параметрами та вивчили етапи їх розв'язання. Наші висновки включають наступні ключові аспекти:

**Розуміння лінійних рівнянь з параметрами:** Учні освоїли поняття лінійних рівнянь з параметрами, розуміючи, що вони мають специфічність у порівнянні із звичайними рівняннями.

**Техніка розв'язання:** Учні вивчили ефективний алгоритм розв'язання лінійних рівнянь з параметрами, враховуючи вплив параметрів на результат.

**Практичні вміння:** У ході розв'язання конкретних задач, учні отримали практичні навички застосування теоретичних знань до реальних ситуацій.

**Систематизація знань:** Урок сприяв систематизації знань з попередніх тематичних розділів та підготовці до подальшого вивчення більш складних математичних концепцій.

**Розвиток критичного мислення:** Задачі, які ставилися на уроці, допомагали учням розвивати логічне та критичне мислення, а також навички аналізу.

Завдяки даному уроку, учні отримали ключові інструменти для розв'язання лінійних рівнянь з параметрами, що є важливим етапом в їхньому математичному розвитку. Вивчення даного матеріалу допомагає підготувати учнів до більш складних тем та розв'язування математичних задач в майбутньому.

### **2.3. Розробка уроку для 7-го класу по програмі НУШ**

Представимо план уроку для 7-го класу.

Тема уроку:

Більш поглиблене вивчення задач з параметрами за програмою "Нова українська школа" (НУШ).

Мета уроку:

Розширення знань та навичок учнів з розв'язування задач з параметрами, поглибити їхнє розуміння та застосування цих навичок у вирішенні різноманітних завдань. Спрямування на формування критичного мислення та самостійності при розв'язанні математичних задач.

Завдання уроку:

1. Огляд вивченого матеріалу:

- Повторення основних понять та методів розв'язування рівнянь з параметрами.

2. Активізація навичок:

- Вирішення складніших задач, які передбачають застосування різних методів та креативний підхід.

3. Розвиток аналітичного мислення:

- Вивчення та аналіз нетипових ситуацій, які вимагають використання різних стратегій розв'язування.

4. Самостійність та творчість:

- Вирішення учнями завдань, що передбачають самостійний підбір параме

Якщо в рівнянні наприклад  $ax = 5a$  буква  $x$  – змінна, а буква  $a$  – деяке число, то це рівняння з параметром  $a$ .

Щоб розв'язати таке рівняння, бажано розглянути наступні випадки:

1. При  $a = 0$ ,  $0 \cdot x = 0$ ;

2. При  $a \neq 0$ ,  $x = \frac{5a}{a} = 5$ .

*Відповідь:* якщо  $a = 0$ ,  $x$  – будь-яке число;

якщо  $a \neq 0$ ,  $x = 5$ .

Лінійні рівняння із параметрами розв'язуються подібно до звичайних лінійних рівнянь, до тих пір, поки кожне перетворення можна виконати однозначно. У випадку, коли деяке перетворення стає неоднозначним, необхідно розглянути різні можливі випадки та надати пояснення для кожного з них.

Такий підхід дозволяє ефективно вирішувати лінійні рівняння з параметрами, уникаючи амбігвітетів у розв'язанні. Коли можливі кілька

варіантів, кожен з них аналізується окремо з подальшим зрозумілим поясненням результатів для забезпечення зрозумілості учням.

#### Схема дослідження лінійного рівняння

Схему розв'язків лінійного рівняння виду  $ax = b$  можна представити у вигляді сукупності трьох систем:

$$\begin{cases} a \neq 0, \\ x = \frac{b}{a} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} a = 0, \\ b \neq 0, \\ x \cdot 0 = b \end{cases} \quad \begin{cases} a = 0, \\ b \neq 0, \\ x \in \emptyset \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} a = 0, \\ b = 0, \\ 0 \cdot x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 0, \\ b = 0, \\ x \in R \end{cases} \quad (3)$$

Схему розв'язків лінійного параметричного рівняння  $f(a)x = g(a)$  можна представити у вигляді сукупності трьох систем:

$$\begin{cases} f(a) \neq 0, \\ x = \frac{g(a)}{f(a)} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} f(a) = 0, \\ g(a) \neq 0, \\ 0 \cdot x = g(a) \end{cases} \quad \begin{cases} f(a) = 0, \\ g(a) \neq 0, \\ x \in \emptyset \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} f(a) = 0, \\ g(a) = 0, \\ 0 \cdot x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} f(a) = 0, \\ g(a) = 0, \\ x \in R \end{cases} \quad (3)$$

Далі розглянемо приклади розв'язання лінійних рівнянь з параметрами.

Приклад 1.

Давайте розглянемо рівняння та вирішимо його крок за кроком:

$$2ax + 3a = 3ax - 5a$$

Спростимо рівняння, зібравши всі члени, що містять  $x$  на одній стороні, а всі вільні члени на іншій:

$$2ax - 3ax = -5a - 3a$$

Ділимо кожен член на  $a$ :

$$-ax = -8a$$

Помножимо обидві сторони на -1 для зручності:

$$ax = 8a$$

Тепер розділимо обидві сторони на  $a$  (припускаючи, що  $a \neq 0$ , оскільки ділення на 0 невизначене):

$$x = 8$$

$$\text{Якщо } a \neq 0, \text{ то } x = \frac{-8a}{-a} = 8;$$

Якщо  $a = 0$ , то  $0 \cdot x = 0$ ,  $x$  – будь-яке число.

*Відповідь:* якщо  $a \neq 0$ ,  $x = 8$ ;

якщо  $a = 0$ ,  $x$  – будь-яке число.

Приклад 2.

Розв'яжемо дане рівняння  $5ax - a = ax + a$ .

Розв'язання.

$$5ax - ax = a + a,$$

$$4ax = 2a.$$

$$\text{Якщо } a \neq 0, \text{ тоді } x = \frac{2a}{4a} = \frac{1}{2};$$

якщо  $a = 0$ , тоді  $0 \cdot x = 0$ ,  $x$  – будь-яке число.

*Відповідь:* якщо  $a \neq 0$ ,  $x = \frac{1}{2}$ ;

якщо  $a = 0$ ,  $x$  – будь-яке число.

Приклад 3.

Розв'яжемо дане рівняння  $2ax + 3a = 3ax - 5a$

Розв'язання.

$$2ax - 3ax = -5a - 3a,$$

$$-ax = -8a.$$



Якщо  $a \neq 0$ , тоді  $x = \frac{-8a}{-a} = 8$ ;

Якщо  $a = 0$ , тоді  $0 \cdot x = 0$ ,  $x$  – будь-яке число.

*Відповідь:* якщо  $a \neq 0$ ,  $x = 8$ ;

якщо  $a = 0$ ,  $x$  – будь-яке число.

Приклад 4.

Розв'яжемо дане рівняння  $2ax - 4 = 8a$

*Розв'язання.*

$$2ax = 8a + 4,$$

$$ax = 4a + 2.$$

Якщо  $a \neq 0$ , тоді  $x = \frac{4a + 2}{a} = 4 + \frac{2}{a}$ .

Якщо  $a = 0$ , тоді  $0 \cdot x = 4$ , рівняння розв'язків не має.

*Відповідь:* якщо  $a \neq 0$ ,  $x = 4 + \frac{2}{a}$ ;

Якщо  $a = 0$ , розв'язків немає.

Приклад 5.

Розв'яжемо дане рівняння  $2ax - 4a = 5x - 6$

*Розв'язання.*

$$2ax - 5x = 4a - 6,$$

$$(2a - 5)x = 4a - 6.$$

Якщо  $2a - 5 \neq 0$ , тобто  $a \neq 2,5$ , тоді  $x = \frac{4a - 6}{2a - 5}$ .

Якщо  $2a - 5 = 0$ , тобто  $a = 2,5$ , тоді рівняння не матиме розв'язків.

*Відповідь:* якщо  $a \neq 2,5$ ,  $x = \frac{4a - 6}{2a - 5}$ ;

Якщо  $a = 2,5$ , тоді рівняння розв'язків немає.

Приклад 6.

Розв'яжемо дане рівняння  $2ax + 3a = 2ax - 5a$ .

*Розв'язання.*

$$2ax - 2ax = -3a - 5a,$$

$$0ax = -8a.$$

Якщо  $a = 0$ , тоді  $x$  – будь-яке число.

Якщо  $a \neq 0$ , тоді рівняння розв'язку не матиме.

*Відповідь:* якщо  $a = 0$ ,  $x$  – будь-яке число;  
якщо  $a \neq 0$ , рівняння розв'язків не має.

Приклад 7.

При якому значенні параметра  $a$  рівняння  $(a^2 - 3a)x = a^2 - 9$  має безліч розв'язків?  $(a^2 - 3a)x = a^2 - 9$

*Розв'язання.*

Застосовуючи схему дослідження лінійного параметричного рівняння, одержимо таку систему:

$$\begin{cases} a^2 - 3a = 0, \\ a^2 - 9 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} a \cdot (a - 3) = 0, \\ (a - 3)(a + 3) = 0; \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 0, \\ a = 3, \\ a = 3, \\ a = -3. \end{array} \right.$$

Звідси маємо  $a = 3$ .

*Відповідь:* якщо  $a = 3$  тоді рівняння матиме безліч розв'язків.

Приклад 8.

При якому значенні параметра  $a$  рівняння  $(a - 4)(a - 2)x = a^2 - 4$  не має розв'язку?

*Розв'язання.*

Рівняння не має розв'язку, якщо

$$\begin{cases} (a-4)(a-2) = 0, \\ a^2 - 4 \neq 0. \end{cases}$$

Звідки

$$\begin{cases} a = 4, \\ a = 2, \\ a \neq 2, \\ a \neq -2. \end{cases}$$

Відповідь:  $a = 4$ .

Приклад 9.

При яких значеннях параметра  $a$  дане рівняння  $\frac{4x+3a}{3} = \frac{5x-2a}{4}$  матиме від'ємні розв'язки?

*Розв'язання.*

Зведемо рівняння до загального вигляду. Отримуємо:

$$4(4x+3a) = 3(5x-2a),$$

$$16x+12a = 15x-6a,$$

$$16x-15x = -12a-6a,$$

$$x = -18a.$$

За умовою  $x < 0$ , то  $-18a < 0$ , звідки  $a > 0$ .

Відповідь:  $a \in (0; +\infty)$ .

Приклад 10.

Визначити, при яких значеннях параметра  $a$  корені рівняння  $ax = 7x - 1$  кратні 5.

*Розв'язання.*

Зведемо рівняння до загального виду. Отримаємо:

$$ax - 7x = -1,$$

$$(a-7)x = -1,$$

$$(7-a)x = 1.$$

Якщо  $7-a \neq 0$ , то рівняння має такий розв'язок:  $x = \frac{1}{7-a}$ .

За умовою, корені рівняння кратні 5, тобто

$$\frac{1}{7-a} = 5n, \text{ де } n \in Z, n \neq 0.$$

Звідси  $7-a = \frac{1}{5n}$ ,  $a = 7 - \frac{1}{5n}$ , де  $n \in Z, n \neq 0$ .

*Відповідь:*  $a = 7 - \frac{1}{5n}$ , де  $n \in Z, n \neq 0, n = 1, -1, 2, -2, 3, -3, \dots$

Приклад 11.

Розв'язати рівняння:  $ab - ax = -a$ .

*Розв'язання.*

$$ab - ax = -a,$$

$$ax = a + ab,$$

$$ax = a(1+b).$$

Якщо  $a \neq 0$ ,  $b$  – будь-яке число, то  $x = \frac{a(1+b)}{a^2} = \frac{1+b}{a}$ .

Якщо  $a = 0$ ,  $b$  – будь-яке число, то рівняння має безліч розв'язків.

*Відповідь:* якщо  $a \neq 0, b \in R$ , то  $x = \frac{1+b}{a}$ ;

якщо  $a = 0, b \in R$ , то рівняння має безліч розв'язків.

Приклад 12.

Розв'язати рівняння даного типу:

$$\frac{ax-a}{a+2} = \frac{x+a}{a}.$$

*Розв'язання.*

При  $a = 0$  і  $a = -2$  дане рівняння не існує, а тому розв'язків також немає. Всі інші значення  $a$  утворюють область допустимих значень параметра  $a$ :  
 $a \in (-\infty; -2) \cup (-2; 0) \cup (0; +\infty)$ .

Після певних перетворень маємо:

$$(ax - a)a = (x + a)(a + 2),$$

$$a^2x - a^2 = ax + a^2 + 2x + 2a,$$

$$a^2x - ax - 2x = 2a^2 + 2a,$$

$$(a^2 - a - 2)x = 2a(a + 1),$$

$$(a + 1)(a - 2)x = 2a(a + 1).$$

Якщо  $(a + 1)(a - 2) \neq 0$ , тобто  $a \neq -1$  і  $a \neq 2$ , то  $x = \frac{2a(a + 1)}{(a + 1)(a - 2)} = \frac{2a}{a - 2}$ .

Якщо  $a = 2$ , то  $0 \cdot x = 12$ ,  $0 \neq 12$ . Рівняння розв'язків немає.

Якщо  $a = -1$ , то рівняння матиме вигляд  $0 \cdot x = 0$ , а таке рівняння має безліч розв'язків.

*Відповідь:* якщо  $a \neq 2, -2, -1, 0$ , то  $x = \frac{2a}{a - 2}$ ;

якщо  $a = 2, -2, 0$ , то розв'язків немає;

якщо  $a = -1$ , то  $x \in R$ .

Домашнє завдання:

1. Прості рівняння з параметром: Розв'язати рівняння:  $3x - a = 2x + 5$  при  $a = 7$ .
2. Задача на знаходження параметра: Три числа у геометричній прогресії. Сума першого та другого числа дорівнює 15, а сума другого та третього - 45. Знайдіть параметр геометричної прогресії.
3. Рівняння з параметром в квадраті: Розв'язати рівняння  $2x^2 - 3ax + a^2 = 0$  для  $a = 4$ .

4. Задача на визначення області визначення: Розглянемо рівняння  $2ax-5=3$ . Знайдіть область визначення параметра  $a$ , при якій рівняння має єдиний корінь.

5. Комбінація типів рівнянь:

Розв'язати систему рівнянь:

$$2x+ay=10$$

$$x-3y=a+2.$$

Знайти значення параметра  $a$ , при якому система має єдиний розв'язок.

Ці приклади спрямовані на різноманітність завдань з параметрами та активізацію різних математичних вмінь учнів.

## ВИСНОВКИ

Технологічний прогрес швидко розвивається, і сучасна освіта потребує від учителів та учнів адаптуватися до нововведень. Для стимулювання творчого та евристичного розвитку учнів важливим є включення завдань з параметрами в навчальний процес. Розв'язання математичних задач, як відзначав А. Я. Хінчин, сприяє формуванню правильного мислення та навичок аргументації. Учні, розв'язуючи задачі з параметрами, розвивають особливий тип мислення, що включає формально-логічні схеми, лаконічність виразу думок і чітку аналізованість ходу мислення.

Введення завдань з параметрами сприяє розширенню дослідницької діяльності учнів. Такі завдання повинні бути включені в навчальний план для кожної теми, обґрунтовуючи це з педагогічної та методичної точок зору. Важливо надати учням можливість самостійно обдумувати алгоритм дій, аналізувати та робити висновки.

Незважаючи на важливість завдань з параметрами для формування математичного мислення, вони відсутні у шкільних програмах неспеціалізованих класів. Дослідження шкільних підручників показало, що мало уваги приділяється розв'язанню задач з параметрами. Також варто відзначити, що завдання на знаходження параметра широко використовуються у різноманітних атестаційних заходах, учнівських олімпіадах та зовнішньому незалежному оцінюванні. У даній роботі ми детально розглянули основні аспекти параметрів, які зустрічаються учнями, а також основні методи і прийоми розв'язання задач з параметрами. Під час аналізу методів розв'язання таких задач було виявлено, що сам процес розв'язання може включати в себе одночасно декілька методів. Це залежить від конкретного виду та типу рівнянь чи нерівностей та конкретних значень параметра.

Під час розв'язання задач з параметрами важливо уважно аналізувати та ретельно підходити до оцінки отриманих результатів. При записі остаточної відповіді необхідно враховувати область допустимих значень як для рівнянь чи нерівностей, так і для самого параметра. Вивчивши методи та прийоми розв'язання задач з параметрами, учні отримують можливість ефективно вирішувати завдання різної складності.

Зазначимо, що у цій роботі не вдалося охопити всі існуючі типи, методи та прийоми розв'язання задач з параметрами через їхню велику кількість. Проте проведене дослідження дозволяє висвітлити основні методичні аспекти розв'язання задач з параметрами в межах шкільного курсу математики та використовувати отримані результати при підготовці учнів до участі в олімпіадах та зовнішньому незалежному оцінюванні.

У ході дипломної роботи було проведено детальний аналіз теми "Розв'язання задач з параметрами для 5-7 класів". Зазначено, що вивчення цієї теми має важливе значення для розвитку математичних навичок та логічного мислення учнів. Досліджено основні аспекти та методи розв'язання задач з параметрами, зокрема в рамках шкільного курсу для учнів 5-7 класів.

Представлений у роботі план уроків для вивчення теми вказує на системний підхід до викладання матеріалу, з орієнтацією на конкретний віковий рівень учнів. Пропоновані методичні прийоми та завдання спрямовані на розвиток творчих здібностей, аналітичного та логічного мислення.

У висновку хочеться підкреслити актуальність вивчення теми "Розв'язання задач з параметрами" для учнів молодшого шкільного віку, а також практичну важливість впровадження систематичного та інтерактивного навчання з використанням параметрів. Результати дослідження можуть бути використані в педагогічній практиці для поліпшення процесу вивчення математики у початковій школі.



## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Апостолова Г.В., Ясінський В.В. Перші зустрічі з параметрами. Київ : Факт, 2008. 324 с. 2. Гончаренко С.У. Фундаментальність освіти як дидактичний принцип. Шлях освіти. 2008. Вип. 1 (47). С. 2–6. 3.
2. Бабко Т.М., Фокша С.Є. Підвищення якості математичної освіти засобами формувального оцінювання. Матеріали V Всеукраїнської науковопрактичної конференції з міжнародною участю «Розвиток сучасної природничо-математичної освіти: реалії, проблеми якості, інновації» (Запоріжжя, 10-11.11.2021). URL: <https://drive.google.com/file/d/1LCE1L7Nj1jCvkwykpgsysfZxCdIFxbUE/view>
3. Бевз Г. П. Алгебра : підруч. для 7 класу загальноосвітніх. навч. закл. / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. - К.: Видавництво «Відродження», 2015. - 288 с.
4. Беденко М. Математика : підруч. для 5 класу закладів загальної середньої освіти / Марко Беденко, Ігор Ключко, Василь Тадеєв Тернопіль навчальна книга – Богдан 2022 – 312 с.
5. Гончаренко С.У. Фундаментальність освіти як дидактичний принцип. Шлях освіти. 2008. Вип. 1 (47). С. 2–6.
6. Горнштейн П.И., Полонский В.Б., Якир М.С. Задачи с параметрами. – К.: РИА «Текст»; МП»ОКЛ», 1992.–290с.
7. Доманська І.П., Зеліско Г.В., Стахів Л.Л. Рівняння з параметрами: Методичні рекомендації.- Львів: Видавн. центр ЛДУ ім. І. Франка, 2005.
8. Істер О. , Підручник для 6 класу закладів загальної середньої освіти (у 2-х частинах) Частина 1 /Київ «Генеза», 2023. – 210 с.
9. Істер О. , Підручник для 6 класу закладів загальної середньої освіти (у 2-х частинах) Частина 2 /Київ «Генеза», 2023. – 210 с.

- 10.Кравчук В. Математика Підручник для 5 класу закладів загальної середньої освіти Василь Кравчук, Галина Янченко., Тернопіль Видавництво «Підручники і посібники» 2022 -287 с.
- 11.Кравчук В. Р. Алгебра: підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закл. / Кравчук, М. В. Підручна, Г. М. Янченко. — Тернопіль: Підручники і посібники, 2015. — 224 с.
- 12.Крамаренко А.В. Розв’язання рівнянь та нерівностей з параметрами. Математика. 2004. № 17–18. С. 13–20.
- 13.Крамор В.С. Задачі з параметрами і методи їх розв’язання : навчальна книга. Тернопіль : Богдан, 2011, 416 с.
14. Кушнір И.А. Шедевры школьной математики. т.1, т.2. – К.: «Астарт», 1995.–510с.
- 15.Мерзляк А. Г. Алгебра. Пропедевтика поглибленого вивчення : навч. посіб. для 7 кл. з поглибленим вивченням математики / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. — Х. : Гімназія, 2015. — 240 с.
- 16.Мерзляк А. Г. Математика : підруч. для 6 кл. закладів за. ред. освіти (у 2-х ч.) : Ч. 1 / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. - Х. : Гімназія, 2023. - 208 с. :іл.
- 17.Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Математика 5,6 клас, Алгебра 7 клас.
- 18.Наказ МОН України «Про затвердження методичних рекомендацій щодо оцінювання навчальних досягнень учнів 5-6класів, які здобувають освіту відповідно до нового Державного стандарту базової середньої освіти» від 01.04.2022 № 289.
- 19.Нова українська школа: Концептуальні засади реформування середньої школи. URL : [mon.gov.ua/новини %202016/12/05/Konceptziya.pdf](https://mon.gov.ua/новини/%202016/12/05/Konceptziya.pdf)

- 20.Ріжняк Р.Я., Кушнір В.А. Лабораторний практикум з методики навчання математики: навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів. Тернопіль : Богдан, 2013. 224 с.
- 21.Ріжняк Р.Я., Кушнір В.А. Системне моделювання процесу розв'язування текстових математичних задач: кібернетичний підхід. ПостМетодика. 2009. № 4 (88). С. 22–27.
- 22.Сержук С.В. Рівняння з параметрами // Математика в школах України, № 17-18, 2004.
- 23.Сержук С.В. Рівняння з параметрами. Математика. 2004. № 17–18. С. 8–12.
- 24.Скворцова С. Математика : підруч. для 5 класу закладів загальної середньої освіти Харків Видавництво «Ранок» 2022 – 303 с.
- 25.Соловей М. І., Кудіна В. В., Спіцин Є. С. Професійно-педагогічна підготовка майбутнього вчителя в кредитно-модульній системі 2 організації навчання: Навч. посіб. Вид. 3-є, доповн. Київ : Ленвіт, 2013. С. 50 – 65.
- 26.Тарасенкова Н., Математика Підручник для 6 класу закладів загальної середньої освіти (у 2-х частинах) Частина 1 / Богатирьова І., Коломієць О., Сердюк З, Рудніцька Ю., Київ -Оріон, 2023 – с.225.